Simulare, Bacalaureat, 18 mai 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=0.$
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3x-4$ și $g(x)=-2x+1$. Calculați $(f\circ g)(-2)$.
5p	**3.** Rezolvați ecuația $4-\sqrt[3]{x-1}=5$.
5p	**4.** Dintr-o clasă de 30 de elevi, 12 sunt fete. Cât la sută din numărul elevilor clasei reprezintă numărul băieților clasei?
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,6)$ și $N(6,0)$. Calculați distanța de la punctul O la mijlocul segmentului MN.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2 30^0+\cos^2 45^0+\sin^2 60^0=1{,}5$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 2a-1 \\ 2a+1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1))=-3$.
5p	**b)** Determinaţi valorile lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care matricea *A(a)* este inversabilă.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1)\cdot X=A(2)$.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-6(x+y)+21$.
5p	**a)** Arătați că $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați elementul neutru al legii de compoziție.
5p	**c)** Determinați $x\in\mathbb{R}$ pentru care $3^{\sqrt[3]{x}}\circ 3^{\sqrt[3]{x}}\circ 3^{\sqrt[3]{x}}=3.$

SUBIECTUL III (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-3)e^{-x}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(4-x)e^{-x}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.
5p	**c)** Arătați că $f(x)\le\frac{1}{e^4}$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.
	2. Se consideră funcţiile $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-x^2+2$ şi $F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+2x+1.$
5p	**a)** Arătați că F este o primitivă a funcției f.
5p	**b)** Calculați $\int_0^1 (f(x)-2)dx.$
5p	**c)** Determinaţi numărul real $a>0$ știind că $\int_0^a (f(x)-x^3-2)\cdot e^x dx=-e+2.$

Simulare, Bacalaureat, 18 mai 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

SUBIECTUL I **30 puncte**

1	$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$	**3p**
	$\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=0$	**2p**
2	$(f\circ g)(x)=f(g(x))=3g(x)-4=-6x-1$	**3p**
	$(f\circ g)(-2)=11$	**2p**
3	$\sqrt[3]{x-1}=-1$	**2p**
	$x-1=-1\Rightarrow x=0$	**3p**
4	$\frac{p}{100}\cdot 30=18$	**3p**
	$p=\frac{1800}{30}=60$	**2p**
5	$P(4,3)$ unde P este mijlocul segmentului MN	**2p**
	$PO=\sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2}\ \Rightarrow\ PO=5$	**3p**
6	$\sin 30^0=\frac{1}{2};\cos 45^0=\frac{\sqrt{2}}{2};\sin 60^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$\Rightarrow\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=1,5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **30 puncte**

1. a)	$A(1)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det A(1)=2\cdot 0-1\cdot 3=-3$	**3p**
b)	$\begin{vmatrix}a+1 & 2a-1\\ 2a+1 & a-1\end{vmatrix}=(a+1)(a-1)-(2a+1)(2a-1)$	**2p**
	$\Rightarrow\det A(a)=-3a^2$	**1p**
	$\det A(a)\neq 0\Rightarrow a\neq 0$	**1p**
	A este inversabilă dacă $a\in\mathbb{R}^*$	**1p**
c)	$X=A(1)^{-1}\cdot A(2)$	**2p**

	$A^*(1)=\begin{pmatrix}0 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$	**1p**
	$X=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}0 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 3\\ 5 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}\frac{5}{3} & \frac{1}{3}\\ -\frac{1}{3} & \frac{7}{3}\end{pmatrix}$	**2p**
2. a)	$2(x-3)(y-3)+3=2(xy-3x-3y+9)+3=$ $=2xy-6x-6y+21=x\circ y$	**3p** **2p**
b)	$x\circ e=e\circ x=x,\ \forall x\in\mathbb{R}$ $2(x-3)(e-3)+3=x$ $(x-3)\left[2(e-3)-1\right]=0$ $e=\frac{7}{2}$	**1p** **1p** **2p** **1p**
c)	$3^{\sqrt[3]{x}}\circ 3^{\sqrt[3]{x}}=2\left(3^{\sqrt[3]{x}}-3\right)^2+3$ $3^{\sqrt[3]{x}}\circ 3^{\sqrt[3]{x}}\circ 3^{\sqrt[3]{x}}=4\left(3^{\sqrt[3]{x}}-3\right)^3+3=3$ $\left(3^{\sqrt[3]{x}}-3\right)^3=0\Rightarrow x=1$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **30 puncte**

1. a)	$f'(x)=(x-3)'e^{-x}+(x-3)(e^{-x})'$ $f'(x)=(1-x+3)e^{-x}=(4-x)e^{-x}$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}(x-3)e^{-x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-3}{e^x}=$ $\overset{L'H}{=}\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{e^x}=0$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=4$ f este crescătoare pe $(-\infty,4]$ și f este descrescătoare pe $[4,+\infty)$ Pentru orice număr real x, $f(x)\le f(4)=e^{-4}=\frac{1}{e^4}$	**1p** **2p** **2p**
2. a)	$F'(x)=\left(\frac{x^4}{4}\right)'-\left(\frac{x^3}{3}\right)'+(2x)'+1'\Rightarrow F'(x)=\frac{4x^3}{4}-\frac{3x^2}{3}+2+0=x^3-x^2+2\Rightarrow$ $\Rightarrow F'(x)=f(x),(\forall)x\in\mathbb{R}$ și cum F este derivabilă pe $\mathbb{R}\Rightarrow F$ primitivă a lui f	**4p** **1p**
b)	$\int_0^1(x^3-x^2)dx=\frac{x^4}{4}\Big\vert_0^1-\frac{x^3}{3}\Big\vert_0^1$ $\Rightarrow\frac{1}{4}-\frac{0}{4}-\frac{1}{3}+\frac{0}{3}=-\frac{1}{12}$	**3p** **2p**
c)	$\int_0^a\left(-x^2\right)e^x dx=-x^2e^x\Big\vert_0^a+2xe^x\Big\vert_0^a-2e^x\Big\vert_0^a$ $e^a(-a^2+2a-2)+2=-e+2$ $-a^2+2a-1=0\Rightarrow a=1$	**3p** **1p** **1p**